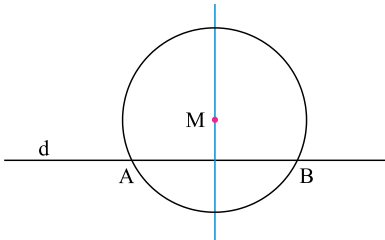
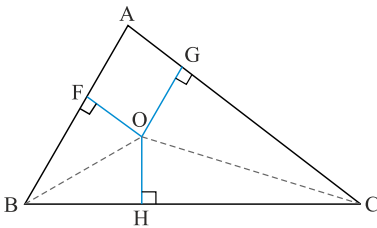


۱



- ۱) به مرکز نقطه M ، دایره‌ای (کمانی) را به گونه‌ای رسم کنید که خط d را در دو نقطه A و B قطع کند.
- ۲) عمودمنصف پاره‌خط AB را رسم کنید.
- ۳) عمودمنصف پاره‌خط AB خطی است که از نقطه M می‌گذرد و بر خط d عمود است.

۲



$$\left. \begin{array}{l} \hat{C} \text{ روی نیمساز } O \text{ نقطه} \Rightarrow OH = OG \\ \hat{B} \text{ روی نیمساز } O \text{ نقطه} \Rightarrow OH = OF \end{array} \right\} \Rightarrow OF = OG$$

در نتیجه نقطه O روی نیمساز زاویه $\hat{A}$ نیز قرار دارد و بنابراین نقطه O محل برخورد نیمسازهاست.

۳

B روی نیمساز A می‌باشد پس $BH' = BH$ ، با توجه به همنهشتی دو مثلث AHB و $AH'B$ بنا به حالت وتر و یک ضلع قائم داریم:
بنابراین: $AH' = AH$

$$\begin{aligned} AB^2 &= BH^2 + AH^2 \\ \Rightarrow 10^2 &= x^2 + 4x^2 \\ \Rightarrow 5x^2 &= 100 \Rightarrow x^2 = 20 \\ \Rightarrow x &= \pm 2\sqrt{5} \Rightarrow x = 2\sqrt{5} \end{aligned}$$

در نتیجه محیط چهارضلعی برابر است با:

$$4\sqrt{5} + 4\sqrt{5} + 2\sqrt{5} + 2\sqrt{5} = 12\sqrt{5}$$

$$M \Rightarrow AM = BM \Rightarrow 3x + 1 = x + 11 \\ \Rightarrow 2x = 10 \Rightarrow x = 5$$

برهان: ضلع BC را از رأس B امتداد می دهیم و به اندازه AB روی آن جدا می کنیم تا نقطه D به دست آید. سپس، D را به A وصل کنیم. بنابراین در مثلث $\triangle ABD$ داریم:

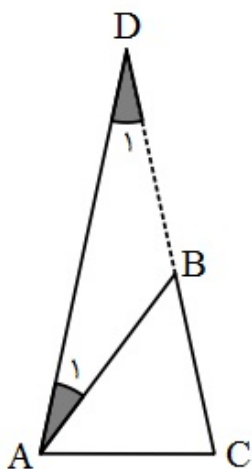
$$DB = AB \Rightarrow \hat{D}_1 = \hat{A}_1$$

همچنین در مثلث ACD داریم:

$$DC = DB + BC \Rightarrow DC = AB + BC$$

با توجه به شکل $\hat{D}AC > \hat{A}_1$ بنابراین $\hat{D}AC > \hat{D}_1$ در نتیجه $DC > AC$ پس می توان نوشت:

$$AB + BC > AC$$



طبق قضیه تالس داریم:

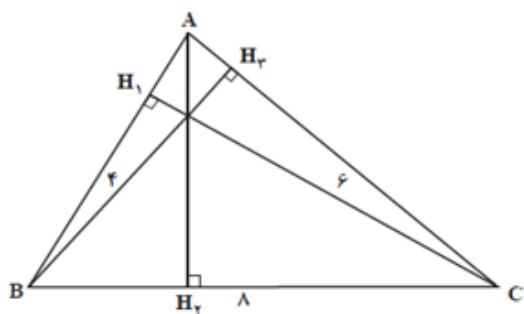
$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{2}{x+2} \Rightarrow 2x = x+2 \Rightarrow x=2$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \Rightarrow \frac{1}{1+x} = \frac{x-0.5}{BC} \xrightarrow{x=2} \frac{1}{3} = \frac{1.5}{BC} \Rightarrow BC = 4.5$$

چون در هر مثلث نسبت اندازه‌های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع‌های وارد بر آن‌ها برابر است، بنابراین بلندترین ارتفاع مثلث به کوتاه‌ترین ضلع مثلث یعنی ضلع AB که طول آن ۴ است وارد می‌شود؛ بنابراین:

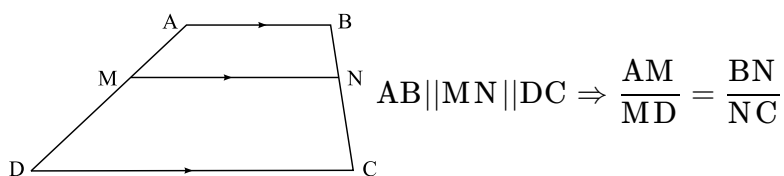
$$\frac{AH_2}{CH_1} = \frac{AB}{BC} \Rightarrow \frac{AH_2}{\frac{3\sqrt{15}}{2}} = \frac{4}{8} \Rightarrow AH_2 = \frac{3\sqrt{15}}{4}$$

$$\frac{BH_3}{CH_1} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BH_3}{\frac{3\sqrt{15}}{2}} = \frac{4}{6} \Rightarrow BH_3 = \sqrt{15}$$



نکته:

(۱) قضیه تالس در ذوزنقه به صورت زیر است:



$$AB \parallel MN \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$

(۲) ویژگی ترکیب در مخرج در تناسب به صورت زیر است:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b+a} = \frac{c}{d+c}$$

بنابراین باتوجه به نکته ۱ داریم:

$$AB \parallel MN \parallel DC \Rightarrow \frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC} = \frac{3}{2}$$

باتوجه به نکته ۲، داریم:

$$\begin{aligned} \frac{BN}{NC} = \frac{3}{2} &\Rightarrow \frac{BN}{NC + BN} = \frac{3}{2+3} = \frac{3}{5} \\ \Rightarrow \frac{BN}{BC} = \frac{3}{5} &\Rightarrow \frac{BN}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow BN = 6 \end{aligned}$$

در مثلث $\triangle OA'B'$ چون $AB \parallel A'B'$ است، طبق قضیه تالس داریم:

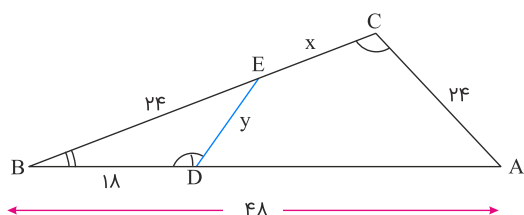
$$\frac{OB}{OB'} = \frac{OA}{OA'} \quad (۱)$$

در مثلث $\triangle OB'C'$ چون $BC \parallel B'C'$ است طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{OB}{OB'} = \frac{OC}{OC'} \quad (۲)$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow \frac{OA}{OA'} = \frac{OC}{OC'} \quad (۳)$$

در مثلث $OA'C'$ باتوجه به رابطه (۳) و عکس قضیه تالس، نتیجه می‌شود: $AC \parallel A'C'$.



$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{D}_1 = \hat{C} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BDE \sim \triangle BCA \Rightarrow \frac{DE}{AC} = \frac{BE}{BA} = \frac{DB}{CB}$$

$$\Rightarrow \frac{y}{۲۴} = \frac{۲۴}{۴۸} = \frac{۱۸}{x + ۲۴} \Rightarrow \frac{y}{۲۴} = \frac{۱}{۲} = \frac{۱۸}{x + ۲۴} \Rightarrow \begin{cases} y = ۱۲ \\ x + ۲۴ = ۳۶ \Rightarrow x = ۱۲ \end{cases}$$